



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра теорії функцій та методики навчання математики

СИЛАБУС

вибіркового освітнього компонента

СПЕЦІАЛЬНІ ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	Е Природничі науки, математика та статистика
Спеціальність	Е7 Математика
Освітня програма	Математика
Форма здобуття освіти	Денна
Розробник (викладач)	Гембарська Світлана Борисівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: gembarskaya72@gmail.com Телефон: 050-98-55-115
Семестр, курс	IV курс, 8 семестр, семестровий
Обсяг дисципліни	Загальний обсяг: 5 кредитів / 150 годин. Аудиторних годин за навчальним планом: 30 години, з них: лекцій – 10 год., практичних – 20 год. Самостійної роботи: 110 годин. Консультацій – 10 год.
Форма контролю	Залік
Мова навчання	Українська
Дні занять	Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація курсу	Освітній компонент «Спеціальні функції та їх застосування» забезпечує професійну підготовку сучасного математика, спрямований на вивчення методів постановки та розв'язання задач під час розгляду явищ гідродинаміки, аеромеханіки, електродинаміки, теорії теплопровідності тощо. Знання спеціальних функцій дозволяє глибоко зрозуміти важливі питання сучасної теоретичної та математичної фізики. Області застосування цих функцій різноманітні. Вони забезпечують швидку і коректну збіжність розв'язків цілого ряду прикладних задач.
Мета і завдання освітнього компонента	Метою вивчення освітнього компонента є: ознайомлення та оволодіння основними математичними поняттями, теоретичними положеннями і методами сучасної теорії спеціальних функцій, окремими питаннями математичної фізики; набуття умінь розв'язувати складні спеціалізовані задачі в галузі математики, механіки, фізики; досліджувати проблеми сучасної теорії математичної фізики.
Soft skills	Вивчення вибіркового освітнього компонента «Спеціальні функції та їх застосування» сприяє набуттю здобувачами вищої освіти таких соціальних навичок (soft skills): <ul style="list-style-type: none"> • Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; • Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; • Знання й розуміння предметної області та професійної

	<p>діяльності;</p> <ul style="list-style-type: none">• Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;• Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;• Здатність працювати автономно;
--	---

Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Усього	Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	*Форма контролю/ Бали
Змістовий модуль I. Гамма-функції. Циліндричні функції.						
Тема 1. Гамма-функція. Функціональні співвідношення. Бета-функція.	14	1	2	1	10	УО,РМГ/ 5 б.
Тема 2. Одновимірна задача Штурма-Ліувілля. Спектральні задачі.	14	1	2	1	10	УО,РМГ/ 5 б.
Тема 3. Функції Бесселя першого роду. Властивості функцій Бесселя.	14	1	2	1	10	УО,РМГ/ 5 б.
Тема 4. Інші циліндричні функції.	14	1	2	1	10	УО,РМГ/ 5 б.
<i>Разом за змістовним модулем I</i>	56	4	8	4	40	20 б.
Змістовий модуль II. Класичні ортогональні поліноми. Еліптичні функції						
Тема 5. Ортогональні поліноми та їх загальні властивості	28	2	4	2	20	УО,РМГ, РЗ/ 10 б.
Тема 6. Поліноми Лежандра та їх властивості.	32	2	4	2	24	УО,РМГ, РЗ/ 5 б.
Тема 7. Еліптичні інтеграли. Еліптичні функції Якобі.	34	2	4	2	26	УО,РМГ, РЗ/ 5 б.
<i>Разом за змістовним модулем II</i>	94	6	12	6	70	20 б.
<i>Контрольна робота</i>						40 б.
<i>ІНДЗ</i>						20 б.
Всього годин	150	10	20	10	110	100 б.

* Форма контролю: УО – усне опитування, РЗ – розв’язування задач, РМГ – робота в малих групах.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

1. Підготовка до практичних занять – 20 год;
2. Вивчення тем, що виносяться на самостійне опрацювання – 50 год:
 - Логарифмічна похідна гамма-функції;
 - Задача Штурма-Ліувілля без i з особливою точкою;
 - Умови ортогональності та нормування. Інтегральні співвідношення між функціями Бесселя. Інтегральне та асимптотичне зображення;
 - Співвідношення між циліндричними функціями Бесселя, Наймана, Ганкеля;
 - Сферичні функції Лежандра та кульові функції Лапласа;
 - Розвинення функцій в ряди Фур'є за ортогональними поліномами;
 - Поліноми Чебишова-Ерміта та Чебишова-Лагерра. Поліноми Кравчука.
3. Виконання ІНДЗ – 20 год;
4. Систематизація вивченого матеріалу перед контрольною роботою – 20 год.

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/yrNruzhM>).

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Максимальна кількість балів за поточний контроль з освітнього компонента – 100 балів. Поточний контроль реалізується в різних формах, зокрема оцінюється робота на парах (усне опитування, розв'язування задач) (40 балів), самостійне виконання індивідуальних завдань (20 балів) та контрольна письмова робота (40 балів).

Студентам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Згідно з Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/BteZd6Gd>) студенту можуть бути зараховані результати навчання, які отримані у формальній, неформальній та/або інформальній освіті.

Залік виставляється за результатами поточної роботи за умови, що здобувач освіти виконав ті види навчальної роботи, які визначено силабусом. У випадку, якщо здобувач освіти не відвідував окремі аудиторні заняття (з поважних причин), на консультаціях він має право відпрацювати пропущені заняття та добрати ту кількість балів, яку було визначено на пропущені теми. Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і студент (ка) погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або студент (ка) не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали, накопичені за семестр, анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір 2 завдань, що представляють змістові модулі курсу. Максимальна кількість балів під час ліквідації академічної заборгованості з заліку – 100. Повторне складання заліку допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

Критерії поточного оцінювання

При роботі здобувача на практичних заняттях оцінюються: систематичність роботи на практичних заняттях, рівень знань, продемонстрований у відповідях при усному опитуванні, активність при обговоренні питань. За перший та другий змістовні модулі здобувач може отримати максимально 20 балів. Разом за роботу на практичних заняттях здобувач може отримати максимально 40 балів.

Оцінювання ІНДЗ здійснюється за 20-бальною шкалою. ІНДЗ подається викладачеві, який читає лекційний курс з даної дисципліни, не пізніше, ніж за 2 тижні до заліку.

Критерії оцінювання ІНДЗ:

20–18 балів ставиться в тому випадку, коли студент правильно розв'язує всі завдання, повністю описує пояснення ходу розв'язання, допускає лише неточності в оформленні чи помилку в обчисленні.

17–15 балів ставиться тоді, коли студент не повністю дослідив поставлені завдання або допустив деякі неточності (допустив помилки в обчисленнях або виконав 80% завдань.)

14–10 балів ставиться в тому випадку, коли студент не повністю розв'язав задачу або допускає помилки при розв'язанні практичних завдань, але виконано правильно не менше 70% від всіх даних йому завдань.

9–6 бали ставиться, коли студент під час розв'язування пропустив суттєві моменти розв'язання або допустив грубі помилки, виконав не менше 30% від загальної кількості запропонованих йому завдань.

5–1 бали ставиться, коли при підготовці ІНДЗ студент під час роботи показав незнання основних методів розв'язання, допустив грубі помилки, виконав менше 30 % від загальної кількості запропонованих йому завдань.

0 балів ставиться, якщо студент не здав ІНДЗ або жодного завдання не виконав правильно.

В кінці курсу заплановано підсумкову контрольну роботу, що оцінюється максимально в 40 балів.

Критерії оцінювання контрольної роботи:

40–36 балів ставиться, якщо студент правильно розв'язав практичні завдання, вміє чітко пояснити методику розв'язання та зміст застосовуваного понятійного апарату і формул, логічно та аргументовано обґрунтовує свої міркування і висновки.

35–31 бал ставиться, якщо студент демонструє ґрунтовне знання методики розв'язання практичних завдань і змісту застосовуваного понятійного апарату та формул, але допускає окремі незначні помилки, які не впливають суттєво на кінцевий результат.

30–24 бали ставиться, якщо студент показує знання методики розв'язання практичних завдань і основного понятійного апарату, однак допущені помилки у розв'язанні не дають можливості зробити повністю правильні або обґрунтовані висновки.

23–15 балів ставиться, якщо студент частково розв'язав практичні завдання, але не спромігся належним чином аргументувати свою відповідь, допускає помилки у використанні понятійного апарату та методики розв'язання задач.

14–7 балів ставиться, якщо студент недостатньо засвоїв основні поняття, не вміє розв'язувати більшість типових задач, допускає суттєві помилки у розрахунках і міркуваннях.

6–0 балів ставиться, якщо студент неправильно розв'язав практичні завдання, продемонстрував незадовільне знання понятійного апарату або не надав відповіді.

Питання до заліку

1. Означення. Властивості гамма-функції, основна тотожність, формули доповнення та подвоєння.

2. Псі-функція. Бета-функція. Зв'язок з гамма-функцією.
3. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку. Самоспряжене рівняння 2-го порядку.
4. Одновимірна задача Штурма-Ліувілля.
5. Постановка спектральних задач.
6. Властивості власних значень і власних функцій.
7. Ряди функцій Бесселя нульового, першого, напівцілого та від'ємного порядку.
8. Інтегральне зображення функцій Бесселя. Твірна функція.
9. Рекурентні співвідношення між функціями Бесселя.
10. Циліндричні функції. Означення та класифікація циліндричних функцій.
11. Повнота системи циліндричних функцій на відрізку.
12. Співвідношення між циліндричними функціями Бесселя, Наймана, Ганкеля.
13. Задачі на власні значення, що приводять до класичних ортогональних поліномів.
14. Розвинення функцій в ряди за ортогональними системами функцій. Найменше відхилення за нормою.
15. Замкненість і повнота ортогональної системи функцій.
16. Поліноми Лежандра та їх властивості.
17. Рівняння Лежандра. Розв'язання у вигляді степеневих рядів.
18. Властивості поліномів Лежандра: умови ортогональності та нормування; рекурентні співвідношення. Приєднані поліноми Лежандра.
19. Загальний розв'язок рівняння Лапласа у сферичних координатах.
20. Сферичні функції Лежандра.
21. Кульові функції Лапласа. Ортогональність і повнота системи сферичних функцій.
22. Розклад фундаментального розв'язку рівняння Лапласа в ряд за сферичними функціями: задача Дирихле про усталену температуру в кулі.
22. Розвинення функцій в ряди за ортогональними поліномами.
23. Розвинення фундаментального розв'язку рівняння Лапласа в ряд за циліндричними функціями.
24. Розвинення плоскої хвилі в ряд за поліномами Лежандра та функціями Бесселя.
25. Поліноми Чебишова-Ерміта та їх властивості: ортогональність та норма, рекурентні співвідношення.
26. Розв'язання рівняння руху електрона у кулонівському полі у вигляді степеневих рядів: власні значення. Поліноми Чебишова-Лагерра та їх властивості.
27. Гіпергеометрична функція. Поліноми Кравчука.
28. Задачі, які приводять до еліптичних інтегралів: коливання маятника, довжина дуги еліпса. Еліптичні інтеграли Якобі.
29. Функції sn , cn , dn та їх властивості: періодичність, парність, формули "приведення". Диференціювання функцій Якобі.
30. Теорема Ейлера. Виродження еліптичних функцій. Повні еліптичні інтеграли.

Шкала оцінювання

Оцінка в балах за всі види навчальної діяльності	Лінгвістична оцінка
90–100	Зараховано
82–89	
75–81	
67–74	
60–66	
1–59	Незараховано (необхідне перескладання)

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно з Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/SteZfYIg>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://vnu.edu.ua/uk/statut-snu-imeni-lesi-ukrayinki>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/VteZfCaL>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання в рамках програм академічної мобільності) навчання може відбуватися в онлайн формі за погодженням із викладачем.

Визнання результатів навчання з ОК, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення, поновлення здобувача освіти до ВНУ імені Лесі Українки; за результатами навчання в рамках програм академічної мобільності; за результатами навчання, здобутими з використанням елементів дуальної освіти; під час навчання здобувача освіти у двох і більше закладах освіти або ОПП.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен студент повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/iteZgigl>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання завдань поточного контролю, завдань підсумкової контрольної роботи (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі запозичень ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перекладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Індивідуальні завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (бали будуть знижені на 10%).

Опитування

По завершенню курсу студентам буде надано анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу.

Рекомендована література

1. Olver F. W. J. Asymptotics and Special Functions. New York : Academic Press, 2014. 588 p.
2. Методи математичної фізики / С. С. Піх, О. М. Попель, А. А. Ровенчак, І. І. Тальянський. Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2011. 404 с.
3. Korenev B. G. Bessel Functions and Their Applications. Chapman & Hall / CRC, 2002. viii, 276 p.
4. Білоколот Є. Д., Юрачківський А. П., Шека Д. Д. Спеціальні функції в задачах математичної фізики. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2000. 92 с.
5. Encyclopedia of Special Functions : The Askey-Bateman project. Cambridge : Cambridge University Press, 2020. Vol. 1 : Univariate Orthogonal Polynomials. 398 p. Vol. 2 : Multivariable Special Functions. 434 p. Vol. 3 : Hypergeometric and Basic Hypergeometric Functions. 526 p.
6. Koranga B. S., Padaliya S. K., Nautiyal V. K. Special Functions and Their Applications. River Publishers, 2021. 122 p.
7. Encyclopedia of Mathematical Physics / eds. R. Szabo et al. 2nd ed. Academic Press, 2024. 3500 p.
8. Kanakis C. Special Functions in Physics and Applied Mathematics. CRC Press, 2023. 284 p.
9. Special Functions with Applications to Mathematical Physics / eds. A. Apelblat, J. L. González-Santander. MDPI, 2021. 310 p.
10. Recent Advances in Special Functions and Their Applications / ed. J. Choi. Basel : MDPI, 2023. 216 p. (Special Issue of Symmetry).

Погоджено

Гарант ОПП Математика



Т. Волошина

**Затверджено на засіданні кафедри теорії функцій та методик навчання математики
протокол № 9 від 28 січня 2026 р.**

Завідувач кафедри



Гембарська С.Б.